

基于物质点和深度积分耦合模型的滑坡数值分析

张 伟^{1,2}, 晏 飞^{1,2}, 王兆丰^{1,2}, 李邵军^{1,2}

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 深度积分算法可将滑坡沿地表滑动的三维模型简化为二维模型进行求解, 通过减少控制方程未知量的个数以提升求解效率。物质点法 (material point method, MPM) 具有无网格法和有网格法的双重优势, 模拟滑坡大变形问题时可避免网格畸变现象。采用深度积分耦合物质点法建立滑坡数值模型, 给出算法实现具体流程, 基于影响域改进的物质点法 (influence domain material point method, IDMPM), 针对两个典型无倾角底面光滑和有倾角底面不光滑滑坡算例进行基准测试。在计算精度方面, 深度积分耦合物质点法模型能较好地预测远端距离、流速、深度等滑移特征参数; 在计算效率方面, 与常规物质点法求解格式相比, 深度积分耦合物质点法模型可大幅度提高运行效率。该研究成果可为滑坡地质灾害破坏范围的分析预测、危害评估、应急抢险提供有效理论依据和时间保障。

关 键 词: 深度积分; 物质点法; 滑坡; 大变形; 深度积分耦合物质点法

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2024) 08-2515-12

Numerical analysis of landslides based on coupling model of material point method and depth integral

ZHANG Wei^{1,2}, YAN Fei^{1,2}, WANG Zhao-feng^{1,2}, LI Shao-jun^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The depth integration algorithm simplifies the three-dimensional model of landslide sliding along the surface to a two-dimensional model, enhancing solving efficiency by diminishing the number of unknowns in the governing equation. Material point method (MPM) has the advantages of both grid based method and meshless method, and can avoid mesh distortion when simulating large landslide deformation. A numerical model for landslides has been developed using the depth-integral coupled material point method, with a detailed description of the algorithm's specific process provided. Utilizing the influence domain material point method (IDMPM), two benchmark tests were conducted on typical landslide scenarios: one with a non-inclined, smooth bottom, and the other with an inclined, non-smooth slope. The depth integral coupled material point method model demonstrates high accuracy in predicting key slip parameters, including remote distance, velocity, and depth. In contrast to the conventional material point method, the depth integral coupled material point method model significantly enhances operational efficiency. Furthermore, the research outcomes offer a robust theoretical foundation and timely support for analyzing and predicting the extent of damage in landslide geological disasters, conducting hazard assessments, and facilitating emergency response.

Keywords: depth integral; material point method; landslide; large deformation; depth integral coupled material point method

1 引 言

随着世界经济发展和人口增加, 社会生产活动与可利用土地资源之间的矛盾日益加剧, 地质环境受工程建设扰动愈加频繁, 加之全球气候变化的影响, 滑坡灾害的发生已呈加剧趋势^[1-3]。我国很多地

区位于滑坡易发区, 是受滑坡灾害影响严重的国家之一^[4]。由于滑坡具有突发性, 失稳后影响范围广且携带巨大动能, 给人类生存环境造成了巨大破坏和经济损失^[1-3]。因此, 研究滑坡运动过程并预测其潜在危害范围具有重要意义。

由于大多数滑坡沿地表滑动过程中, 其垂直方

收稿日期: 2024-01-29

录用日期: 2024-03-26

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51879261)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51879261).

第一作者简介: 张伟, 女, 1985 年生, 博士研究生, 主要从事物质点法数值计算方面的研究。E-mail: zhangwei011406417@163.com

通讯作者: 晏飞, 男, 1981 年生, 博士, 研究员, 主要从事岩石力学方面的数值计算研究。E-mail: fyan@whrsm.ac.cn

向高度远小于水平运动方向位移,在数学建模时可在深度方向上做一定的力学简化,仅考虑运动方向的控制方程,从而将复杂的三维滑坡模型近似成二维模型进行求解。深度积分概念最早于 1989 年提出, Savage 等^[5]考虑了假定体积不可压、密度恒定的颗粒流沿着二维斜坡滑移情况,首次运用三维纳维-斯托克斯流体方程进行深度方向积分。自从深度积分理论被提出以来,由于其独特的优势,在地质灾害模拟方面得到了广泛的应用,包括滑坡^[6]、泥石流^[7]、岩崩^[8]等地表流体的动力学计算。

数值模拟方法由于较高的计算效率,准确的模拟结果以及再现多种物理现象等优势,在滑坡预测、反演、工程设计治理等方面广泛应用。常规求解三维滑坡方程的方法已在模拟领域取得了一定的应用,但是由于如 Fluent、CFX 和 OpenFoam 等计算软件在保证精度时计算效率较低,已逐渐不适用大型滑坡灾害的精细化模拟, Iverson 等^[6]指出将深度积分模型与数值模拟结合成为可探索的方向。目前基于深度积分的滑坡数值研究成果有: 1997 年, Laigle 等^[9]基于深度积分模型模拟了泥石流的流动过程; 2008 年, Fernandez-nieto 等^[10]将二维深度积分模型进行拓展,并应用于海底滑坡的数值模拟中; 2016 年, 费建波^[11]在深度积分模型中引入 $\mu(I)$ 本构关系,提出最大信息系数 (maximum information coefficient, MIC) 滑坡体运动模型,再现了滑坡滑移过程; 2016 年, Wang 等^[12]在光滑粒子流体动力学法 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 中使用深度积分模型,研究了不同环境和条件下,海底滑坡运动过程中速度、高度和滑动距离等特征参数的变化; Pastor 等^[13]在改进发展 SPH 传播固结模型的基础上耦合深度积分模型,考虑土骨架与孔隙流体的动力耦合,建立了耦合孔隙水压力的深度积分模型,上述模型对香港青山滑坡和加拿大 Frank 滑坡进行了模拟,结果显示 SPH 深度积分法能够较为精确地模拟滑坡问题。

滑坡滑移涉及大变形问题,传统的基于网格的数值方法在模拟滑坡过程中很容易造成网格畸变扭曲问题。近年来逐渐发展起来的网格与粒子混合的物质点法是在欧拉背景网格上引入了相当于拉格朗日质点,避免了网格畸变问题,特别适合处理大变形和断裂问题。将物质点和深度积分进行结合,对滑坡滑动过程进行模拟,输出滑移特征参数,为评价预测滑坡的影响范围提供依据,是可考虑的研究方向。

本文主要研究基于深度积分耦合物质点法建立滑坡数值计算模型,并给出具体的算法实现流程,

选取两个典型底部光滑无倾角和底部不光滑倾角的算例进行基准测试,与实测数据进行比较,验证了远端滑移距离、流速、深度等滑移特征参数的模型预测能力,分析了整体滑移误差与起始滑移阶段误差较大的原因,并与常规物质点法求解格式进行计算效率的比较,测试深度积分耦合物质点法模型的运行效率。

2 滑坡动力学深度积分理论

2.1 深度积分法的控制方程

深度积分模型是将滑坡视为是流体介质,基于欧拉参考坐标系下流体力学的三维纳维-斯托克斯方程展开,相应的质量守恒和动量守恒控制方程如下:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

式中: ρ 为材料的密度; t 为时间; $\mathbf{v}$ 为速度矢量; $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力矢量; $\mathbf{g}$ 为重力加速度矢量。

在上述控制方程的基础上,假定:

(1) 材料密度恒定即不可压缩。

(2) 滑移体上部为自由表面,在流动过程中不存在质量交换,亦无外部应力。在边界处应用莱布尼茨规则和深度积分算法,最后将欧拉形式的计算方程转换成拉格朗日坐标系方程。

(3) 假设滑移体深度逐渐变化,且相对于滑坡的长度和宽度方向的尺寸较小,这是经典的浅层流体中的假设^[14],最后得到滑坡深度积分法的质量平衡方程及在 x 和 y 方向的深度积分法的动量平衡方程:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xy})}{\partial y} + \rho h b_x - \bar{\sigma}_{xz} \Big|_{z=0} \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xy})}{\partial x} + \rho h b_y - \bar{\sigma}_{yz} \Big|_{z=0} \quad (5)$$

式中: h 为滑坡体的厚度; $\bar{v}_i$ 为滑坡体深度积分速度; $\bar{\sigma}_{ii}$ 为滑坡体深度积分应力; b_i 为滑坡体 i 方向上的体力; $\sigma_{iz} \Big|_{z=0}$ 为滑坡体 i 方向的基底应力。

深度积分控制方程式 (3) ~ (5) 的详尽推导过程可参考文献[15-16],该方程也同样用于文献[17-19]。

2.2 深度积分分量计算公式

深度积分应力可定义为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{h} \int_{z=0}^{z=h} \sigma_{ij} dz \quad (6)$$

运用深度积分理论可得 z 方向深度积分应力为

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{1}{2} \rho g_z h \quad (7)$$

深度积分剪切应力 $\bar{\sigma}_{yx}$ 和 $\bar{\sigma}_{xy}$ 由于贡献较小, 可以忽略不计。

深度积分正应力 $\bar{\sigma}_{xx}$ 和 $\bar{\sigma}_{yy}$ 由 Mohr-coulomb 理论推导得到:

$$\bar{\sigma}_{xx} = \bar{\sigma}_{yy} = k_{\text{act/pass}} \bar{\sigma}_{zz} \quad (8)$$

式中: $k_{\text{act/pass}}$ 为侧向土压力系数, 其数值取决于滑坡体滑移中的应变率及处于主动状态还是被动状态, 由 Savage 等^[5]提出的表达式如下:

$$k_{\text{act/pass}} = 2 \frac{1 \mp \left[1 - \cos^2 \varphi_{\text{int}} (1 + \tan^2 \varphi_{\text{bed}}) \right]^{1/2}}{\cos^2 \varphi_{\text{int}}} - 1 \quad (9)$$

式中: φ_{bed} 为基底摩擦角; φ_{int} 为滑坡滑移体内摩擦角。

深度积分速度分量为

$$\bar{v}_x = \frac{1}{h} \int_{z=0}^{z=h} v_x dz \quad (10)$$

$$\bar{v}_y = \frac{1}{h} \int_{z=0}^{z=h} v_y dz \quad (11)$$

$$\bar{v}_z = \frac{1}{h} \int_{z=0}^{z=h} v_z dz \quad (12)$$

3 深度积分耦合物质点法模型

3.1 深度积分耦合物质点法理论

通过采用测试函数 w_i 乘以滑坡动量平衡的深度积分方程式 (4)、(5), 并对体积域 Ω 进行积分, 应用分部积分和散度定理, 可推导出滑坡在 x 和 y 方向上的深度积分法动量守恒控制方程的弱形式:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \rho h \bar{a}_x w_x d\Omega &= \int_{\Omega} \rho h b_x w_x d\Omega - \int_{\Omega} h \sigma_{xz} \Big|_{z=0} w_x d\Omega - \\ &\left(\int_{\Omega} h \bar{\sigma}_{xx} \frac{\partial w_x}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} h \bar{\sigma}_{xy} \frac{\partial w_x}{\partial y} d\Omega \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \rho h \bar{a}_y w_y d\Omega &= \int_{\Omega} \rho h b_y w_y d\Omega - \int_{\Omega} h \sigma_{yz} \Big|_{z=0} w_y d\Omega - \\ &\left(\int_{\Omega} h \bar{\sigma}_{yy} \frac{\partial w_y}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} h \bar{\sigma}_{xy} \frac{\partial w_y}{\partial x} d\Omega \right) \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\bar{a}_i$ 为 i 方向的深度积分加速度。

假设滑移体积由深度积分单元体子域 $\bar{\Omega}_p$ 组成, $p=1, \dots, N_p$, 深度积分单元体由体积 v_p 和质点位置向量 $\mathbf{x}_p^k = (x_p(t^k), y_p(t^k))$ 定义, t^k 表示 k 计算步的时刻, 则位于 $\mathbf{x}$ 处的单元体深度 h 可以近似为

$$h(\mathbf{x}, t^k) = \sum_{p=1}^{N_p} V_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^k) \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (13)、(14) 得到:

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p \bar{a}_{xp}^k w_{xp}^k &= \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p b_{xp}^k w_{xp}^k - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \sigma_{xz} \Big|_{z=0} w_{xp}^k - \\ &\left(\sum_{p=1}^{N_p} V_p \bar{\sigma}_{xyp} \frac{\partial w_{xp}^k}{\partial x} + \sum_{p=1}^{N_p} V_p \bar{\sigma}_{xyp} \frac{\partial w_{xp}^k}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p \bar{a}_{yp}^k w_{yp}^k &= \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p b_{yp}^k w_{yp}^k - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \sigma_{yz} \Big|_{z=0} w_{yp}^k - \\ &\left(\sum_{p=1}^{N_p} V_p \bar{\sigma}_{yyp} \frac{\partial w_{yp}^k}{\partial y} + \sum_{p=1}^{N_p} V_p \bar{\sigma}_{xyp} \frac{\partial w_{yp}^k}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中: ρ_p 为单元体 p 的密度; $\bar{a}_{ip}^k$ 为 i 方向 t^k 时刻深度积分加速度, 为 w_i 单元体 p 在 i 方向 t^k 时刻的测试函数; b_{ip}^k 为 i 方向 t^k 时刻深度积分单元体力, $\sigma_{izp} \Big|_{z=0}$ 为单元体 p 在 i 方向的基底比应力; $\bar{\sigma}_{iyp}$ 为单元体 p 的深度积分应力。

通过节点 n ($n=1, \dots, N_n$), 插值函数 $N_n(\mathbf{x})$ 可得单元体 p 在时刻 t^k 的深度积分加速度:

$$\mathbf{a}_{xp}^k = \sum_{n=1}^{N_n} \bar{\mathbf{a}}_{xn}^k N_{ip}^k \quad (18)$$

$$\mathbf{a}_{yp}^k = \sum_{n=1}^{N_n} \bar{\mathbf{a}}_{yn}^k N_{ip}^k \quad (19)$$

式中: $\bar{\mathbf{a}}_{in}^k$ 为 t^k 时刻 i 方向节点 n 的深度积分加速度; $N_{ip}^k (= N_i(\mathbf{x}_p^k))$ 为单元体 p 在 i 方向时刻 t^k 的节点插值函数。

单元体 p 在 i 方向时刻 t^k 的测试函数如下:

$$w_{xp}^k = \sum_{n=1}^{N_n} w_{xn}^k N_{ip}^k \quad (20)$$

$$w_{yp}^k = \sum_{n=1}^{N_n} w_{yn}^k N_{ip}^k \quad (21)$$

其中 w_{in}^k 表示 t^k 时刻 i 方向在节点 n 的测试函数值。将式 (18) ~ (21) 代入式 (16)、(17), 得

$$\sum_{n=1}^{N_n} w_{xn}^k \cdot \sum_{n=1}^{N_n} m_n^k \bar{\mathbf{a}}_{xn}^k = \sum_{n=1}^{N_n} w_{xn}^k \cdot f_{xn}^{\text{int},k} + \sum_{n=1}^{N_n} w_{xn}^k \cdot f_{xn}^{\text{ext},k} \quad (22)$$

$$\sum_{n=1}^{N_n} w_{yn}^k \cdot \sum_{n=1}^{N_n} m_n^k \bar{\mathbf{a}}_{yn}^k = \sum_{n=1}^{N_n} w_{yn}^k \cdot f_{yn}^{\text{int},k} + \sum_{n=1}^{N_n} w_{yn}^k \cdot f_{yn}^{\text{ext},k} \quad (23)$$

式中: m_n^k 为节点 n 在时刻 t^k 的节点质量; $f_{in}^{\text{int},k}$ 为节点 n 在 i 方向 t^k 时刻的节点内力; $f_{in}^{\text{ext},k}$ 为节点 n 在 i 方向 t^k 时刻的节点外力, 消去涉及测试函数的项, 式 (22) 和式 (23) 可表示为

$$\sum_{n=1}^{N_n} m_n^k \bar{a}_{xn}^k = f_{xn}^{\text{int},k} + f_{xn}^{\text{ext},k} \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^{N_n} m_n^k \bar{a}_{yn}^k = f_{yn}^{\text{int},k} + f_{yn}^{\text{ext},k} \quad (25)$$

节点质量 m_n^k 为

$$m_n^k = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p N_{np}^k \quad (26)$$

节点力 $f_{xn}^{\text{int},k}$ 和 $f_{yn}^{\text{int},k}$ 为

$$f_{xn}^{\text{int},k} = -\sum_{p=1}^{N_p} V_p \cdot \left\{ \bar{\sigma}_{xyp} \frac{\partial N_n}{\partial x} \bigg|_{x^k_p} + \bar{\sigma}_{xyp} \frac{\partial N_n}{\partial y} \bigg|_{x^k_p} + \frac{\bar{\sigma}_{xyp} \big|_{z=0}}{h_p^k} N_{np}^k \right\} \quad (27)$$

$$f_{yn}^{\text{int},k} = -\sum_{p=1}^{N_p} V_p \cdot \left\{ \bar{\sigma}_{yyp} \frac{\partial N_n}{\partial y} \bigg|_{x^k_p} + \bar{\sigma}_{yyp} \frac{\partial N_n}{\partial x} \bigg|_{x^k_p} + \frac{\bar{\sigma}_{yyp} \big|_{z=0}}{h_p^k} N_{np}^k \right\} \quad (28)$$

式中: h_p^k 为单元体 p 在时间 t^k 的高度; 外力 $f_{xn}^{\text{ext},k}$ 和 $f_{yn}^{\text{ext},k}$ 可以按照下式计算:

$$f_{xn}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p b_{xp}^k N_{np}^k \quad (29)$$

$$f_{yn}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p b_{yp}^k N_{np}^k \quad (30)$$

3.2 深度积分耦合物质点法应力计算

深度积分应力可根据以下方程计算:

$$\partial \bar{\sigma}_{ij} / \partial t = \bar{T}_{ijkl} \partial \bar{\varepsilon}_{kl} / \partial t \quad (31)$$

式中: $\bar{T}_{ijkl}$ 为基于本构关系方程得到的深度积分剪切模量; $\bar{\varepsilon}_{ij}$ 为深度积分应变, 计算公式为

$$\partial \bar{\varepsilon}_{ij} / \partial t = (\bar{v}_{i,j} + \bar{v}_{j,i}) / 2 = (\bar{v}_i / \bar{v}_j + \bar{v}_j / \bar{v}_i) / 2 \quad (32)$$

z 方向的深度积分应力为

$$\bar{\sigma}_{zz} = \rho g_z h / 2 \quad (33)$$

式中: g_z 为 z 方向的重力加速度。

基底应力 $\sigma_{xz} \big|_{z=0}$ 和 $\sigma_{yz} \big|_{z=0}$ 可表示为

$$\sigma_{xz} \big|_{z=0} = \rho g_z h (1 + a_{cx} / g_z) \tan \varphi' \quad (34)$$

$$\sigma_{yz} \big|_{z=0} = \rho g_z h (1 + a_{cy} / g_z) \tan \varphi' \quad (35)$$

式中: φ' 为有效基础内摩擦角; a_{cx} 和 a_{cy} 分别为 x 和 y 方向的离心加速度, 其数值取决于滑移路径的垂直曲率半径。

4 深度积分耦合物质法算法实现

4.1 基于 MUSL 方法的物质法主要计算步骤

使用物质点法 (material point method, MPM) [20] 解决问题时, 首先需要将连续体离散成拉格朗日质点, 每个质点都表示一块物质区域, 并携带相应的物质信息, 在整个计算过程中连续体的运动和变形均需要进行跟踪和更新。在质点应力更新方法中, 混合更新应力 (modified update stress, MUSL) 具有较低的数值耗散和较好的能量守恒特性, 基于 MUSL 格式的物质点法计算流程如图 1 所示, 主要计算步骤包括: 首先通过形函数将质点的质量和速度数据映射到背景网格, 以计算节点的质量和动量; 将质点的外力映射到网格节点, 以获取节点外力。通过在网格节点集成质点的内力和外力, 求解动量方程。然后将网格节点的加速度和速度映射到质点, 更新其速度和位置, 丢弃了变形的背景网格, 重新使用原始的未变形的背景网格。

4.2 物质法耦合深度积分的算法实现

深度积分耦合物质法采用 MUSL 应力更新算法, 在本节列举了的基本计算步骤, 在这里 t^k 表示在步骤 k 的时间, 下标 n 表示节点变量, 下标 p 表示质点编号。

(1) 利用形函数将粒子的质量和动量映射到相应的网格节点, 从而计算每个节点的质量和动量:

$$m_n^k = \sum_p m_p N_n^k(x_p) \quad (36)$$

$$\bar{p}_n^{k-1/2} = \sum_p m_p \bar{v}_p^{k-1/2} N_n^k(x_p) \quad (37)$$

式中: 质点 p 的质量记做 m_p ; 节点 n 的质量记做 m_n ; $N_n(x_p)$ 为质点 x_p 在节点 n 的形函数; $\bar{p}_n$ 为节点 n 的深度积分动量; $\bar{v}_p$ 为质点 p 的深度积分速度。

(2) 对节点动量施加边界条件, 若是固定边界, 则令 $\bar{p}_n^{k-1/2} = 0$ 。

(3) 计算质点的内力和外力, 并将其映射到网格上, 以获得节点深度积分内力 $\bar{f}_n^{\text{int},k}$, 节点的深度积分外力 $\bar{f}_n^{\text{ext},k}$ 和节点深度积分总应力 $\bar{f}_n^k$:

$$\bar{f}_n^{\text{int},k} = -\sum_p \nabla N_n^k(x_p) \bar{\sigma}_p^k m_p / \rho_p \quad (38)$$

$$\bar{f}_n^{\text{ext},k} = \sum_p m_p N_n^k(x_p) b_p^k \quad (39)$$

$$\bar{f}_n^k = \bar{f}_n^{\text{int},k} + \bar{f}_n^{\text{ext},k} \quad (40)$$

式中: $\bar{\sigma}_p^k$ 为质点 p 的深度积分应力; ρ_p 为质点 p 的密度; $\nabla N_n^k(x_p)$ 为质点 p 在节点 n 处的形函数梯度; b_p^k 为施加在质点 p 的外部体力。

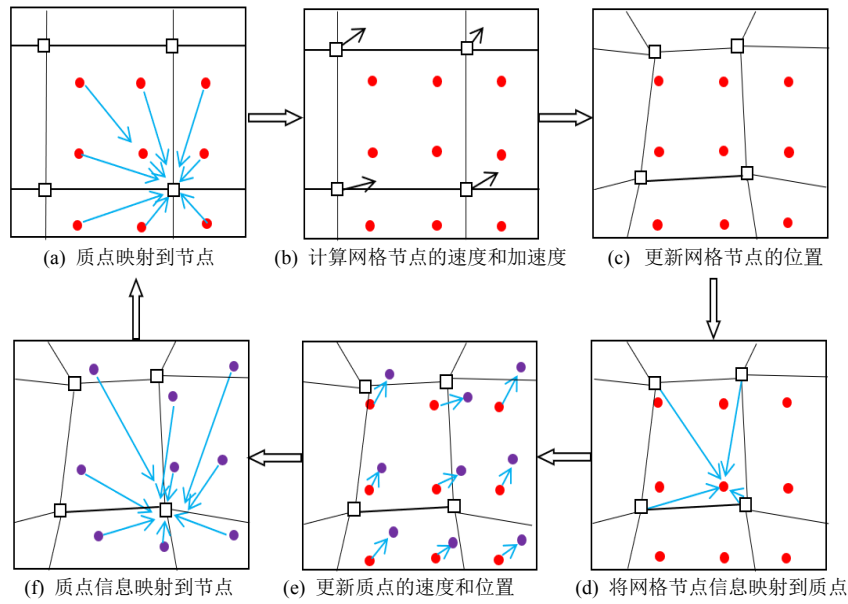


图 1 MUSL 格式应力更新的深度积分物质点法计算流程图

Fig.1 Flow chart of stress updating by depth integral material point method in MUSL format

(4) 在网格节点运用动量积分方程，并结合相应边界条件，可得

$$\bar{p}_n^{k+1/2} = \bar{p}_n^{k-1/2} + \bar{f}_n^k \Delta t^k \quad (41)$$

(5) 确定当前时间步网格节点的速度和位置，将这些参数插值回质点并更新它们的相应信息，利用显式积分格式更新网格节点速度：

$$\bar{x}_p^{k+1} = \bar{x}_p^k + \Delta t^{k+1/2} \sum_n \bar{p}_n^{k+1/2} N_n^k(\mathbf{x}_p) / m_n^k \quad (42)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_p^{k+1/2} = \bar{\mathbf{v}}_p^{k-1/2} + \Delta t^k \sum_n \bar{\mathbf{f}}_n^k N_n^k(\mathbf{x}_p) / m_n^k \quad (43)$$

(6) 计算并更新粒子的深度积分动量 $\bar{p}_n^{k+1/2}$ ，将其映射到网格，计算网格节点的动量，应用运动学边界条件确定节点速度：

$$\bar{p}_n^{k+1/2} = \sum_p m_p \bar{\mathbf{v}}_p^{k+1/2} N_n^k(\mathbf{x}_p) \quad (44)$$

(7) 计算网格节点的深度积分速度 $\bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2}$ ，然后确定每个质点的深度积分应变增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2}$ 和深度积分旋转增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2}$ ，更新相应的深度积分应力和密度。

计算网格节点的深度积分速度 $\bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2}$

$$\bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2} = \bar{p}_n^{k+1/2} / m_n^k \quad (45)$$

计算质点的深度积分应变张量 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2}$ 和深度积分旋转张量 $\bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2}$ ：

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2} = \sum_n (\nabla N_n^k(\mathbf{x}_p) \bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2} + \nabla N_n^k(\mathbf{x}_p) \bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2}) / 2 \quad (46)$$

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2} = \sum_n (\nabla N_n^k(\mathbf{x}_p) \bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2} - \nabla N_n^k(\mathbf{x}_p) \bar{\mathbf{v}}_n^{k+1/2}) / 2 \quad (47)$$

利用质点深度积分应变增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2}$ 和深度积分旋转增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2}$ ：

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2} = \Delta t \cdot \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2} \quad (48)$$

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2} = \Delta t \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2} \quad (49)$$

利用质点深度积分应变增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2}$ 和深度积分旋转增量 $\Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2}$ ，并根据相应本构模型分别对压力和偏应力分别进行应力更新，并进行求和得到更新后的质点的深度积分应力：

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{k+1} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}^k + \Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{k+1} \quad (50)$$

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{k+1} = \bar{\mathbf{T}} : (\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1/2}, \Delta \bar{\boldsymbol{\Omega}}_p^{k+1/2}) \quad (51)$$

式中： $\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{k+1}$ 为质点 p 的深度积分应力增量。

(8) 此时，物质信息已经储存在质点上，丢弃变形网格，重新使用新的未变形的背景网格。

5 影响域改进的物质点法

物质点法采用质点离散方式，为克服标准物质点法形函数梯度在单元边界的不连续问题，本文提出通过增加形函数影响域长度，以提高形函数梯度在单元边界的连续性的影响域改进的物质点法 (influence domain material point method, IDMPM)。

IDMPM 方法中形函数应满足以下条件：

- (1) 形函数应具有单位分解性；
- (2) 形函数应满足常应变条件；
- (3) 形函数及其梯度函数在影响域内应具有连续性；
- (4) 形函数在影响域内应为单调递减函数；
- (5) 形函数为非负数。

当形函数影响域长度为 2 个背景网格单元长度

L 时, 质点位置 x_p 与节点位置 x_n 距离 x 时相应的形函数为

$$N_n(x) = \begin{cases} f_1(x) = x^3/2 - x^2 + 2/3, & 0 \leq x \leq 1 \\ f_2(x) = -x^3/6 + x^2 - 2x + 4/3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad (52)$$

其中 $x = (x_p - x_n)/L$ 。

当使用目前已有的广义插值物质点法 (generalized interpolation material point method, GIMP)、B 样条物质点法 (B-spline material point method, BSMPM) 及本文 IDMPM 方法时, 在单元边界处的质点向网格节点映射时, 速度、质量、动量、内力等物质信息会投射到背景网格以外, 造成系统总质量和总动量不守恒问题, 应将边界单元的形函数重新设计。

左边界单元 $\{n-2, n-1\}$ 各节点形函数:

$$N_{n-2}(x) = f_1(x) + 2f_2(1+x) \quad (53)$$

$$N_{n-1}(x) = f_1(1-x) - f_2(1+x) \quad (54)$$

右边界 $\{n+2, n+3\}$ 单元各节点形函数:

$$N_{n+2}(x) = f_1(x) - f_2(2-x) \quad (55)$$

$$N_{n+3}(x) = f_1(1-x) + 2f_2(2-x) \quad (56)$$

6 数值算例

6.1 无倾角底部光滑滑坡问题

为了验证物质点法耦合深度积分方法在滑坡中模拟中的准确性, 首先校核底部光滑且无倾角滑坡问题, 选取案例为 Bui 等^[21]进行的铝棒崩解试验。在该试验中采用长为 0.05 m, 直径为 1.5 m 的小铝棒来模拟滑坡土体, 滑坡土体长、宽、高分别为 0.20、0.05、0.10 m。试验启动前在其两侧设置固定平行支撑, 启动时快速移开两侧支撑, 土体将在重力作用下下滑移, 相应的初始装置如图 2 所示。

本案例模拟采用 Drucker-Prager 弹塑性本构模型, 相应力学变量参数来自于直剪试验, 密度 ρ 、平均体积模量 K 、泊松比 γ 、黏聚力 c 、材料摩擦角 ϕ 具体数值如表 1 所示。数值离散化模型采用二维平面应变条件, 左边界设置为对称边界, 底部边界是固定边界, 其他边界为自由边界。

为了比较 MPM 与 IDMPM 形函数在大变形问题中的应用效果, 图 3 给出了铝棒在试验解、MPM 与 IDMPM 数值解的最后表面位置状态。可以看出与 MPM 相比, IDMPM 与试验解更吻合, 计算精度更高。

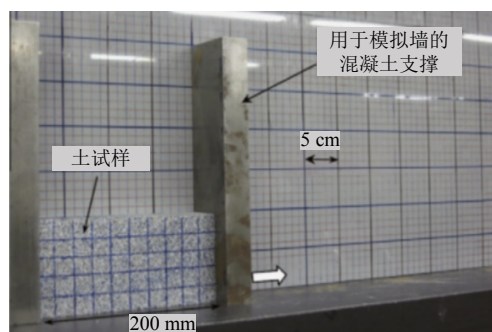


图 2 土体滑坡试验初始装置^[15]

Fig.2 Arrangement of the soil collapse experiment^[15]

表 1 Drucker-Prager 模型参数

Table 1 Material constants in the Drucker-Prager model

ρ /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	K / MPa	γ	c / Pa	ϕ /($^\circ$)
2.65×10^{-3}	0.7	0.3	0	19.8

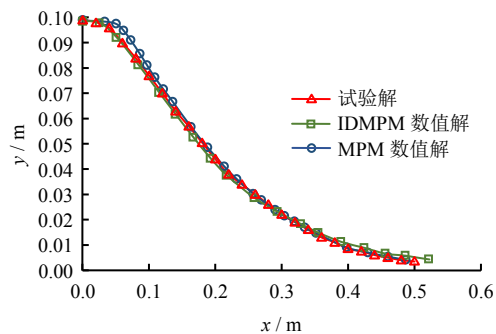


图 3 试验解和不同数值解在土体滑坡最后表面比较

Fig.3 Comparison of experimental solutions and different numerical solutions on the final surface of soil landslide

图 4 给出了移开支撑后 $t=0 \sim 0.5$ s 时刻下滑坡滑移过程的纵向轮廓图, 在整个滑移过程中滑移体左侧高度均保持不变, 前端在 $t=0.5$ s 以后高度达到 0.6 m 时趋于稳定。

为了比较深度积分耦合物质点法模型模拟计算精度, 对比了滑坡不同时刻下试验与数值模拟滑移最前端位移和末端最大高度, 如图 5 所示。从图可以看出, 不同时刻下滑坡数值模型与试验测试得的末端高度极为吻合, 前端滑移最大距离吻合较好, $t=1.0$ s 时前端滑移位移及误差如表 2 所示, 说明深度积分耦合物质点法能够较好地模拟底部光滑无倾角土体滑坡问题的滑动过程, 预测滑坡体的距离、速度、形态变化流动特征。总体上存在的轻微误差主要是由于深度积分模型是一种近似方法, 该方法假定滑坡体积在整个滑移过程中保持不变, 滑移中仅追踪水平方向的速度、加速度及位移的变化, 竖向位移由水平项位移确定。从图 5 前端滑移最大距

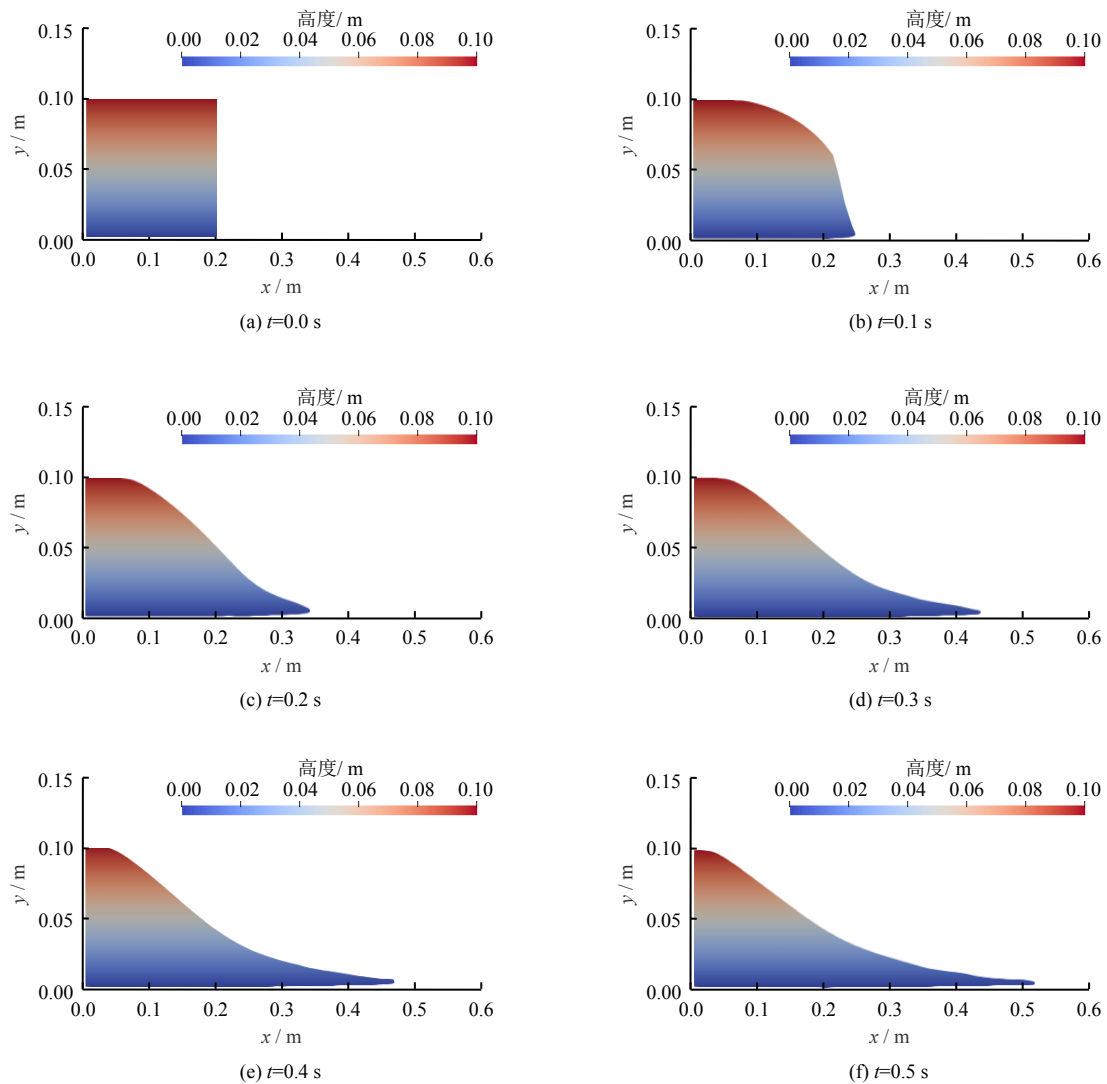


图 4 不同时刻下滑坡滑移纵向轮廓图

Fig.4 Longitudinal profiles of landslides at different moments

离在初始滑移阶段存在较大的相对误差，该误差除上述原因外，还由于初始阶段滑移体纵向高度较大，与深度积分算法中竖向高度相对水平位移较小的假定不符合，忽略竖向高度变形会引起较大的误差。

表 2 $t=1.0\text{ s}$ 时刻前端滑移位移比较Table 2 Comparison of front-end landslide displacement at $t=1.0\text{ s}$

时间 /s	试验测试 /m	深度积分法 /m	误差 /%
1.0	0.364	0.351	3.57

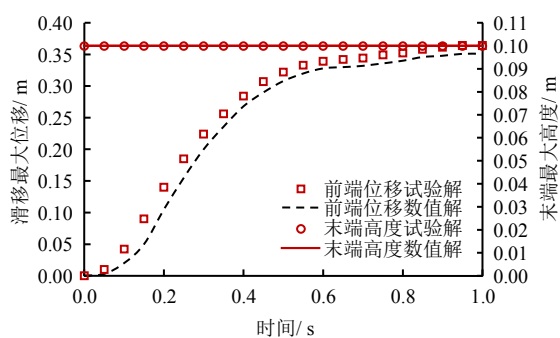


图 5 不同时刻下滑坡前端位置与末端高度

Fig.5 The position of front end and height of end of landslide at different moments

为了探讨采用深度积分算法对计算效率的影响，表 3 分别给出了没有采用深度积分求解格式（称为常规求解法）与深度积分耦合物质点法模型（称为深度积分法）每万步计算运行消耗时间，深度积分模型每步计算可节省 38.9%，大幅度提高了运行效率。

表 3 无倾角底部光滑滑坡问题求解耗时比较

Table 3 Comparison of solving time for smooth landslide with uninclined bottom

方法	常规求解法	深度积分法
每万步 CPU 计算耗时/s	415.04	253.65

6.2 有倾角底部不光滑滑坡问题

为了进一步验证评估深度积分耦合物质点法模型在底部不光滑倾角滑坡问题的预测能力,我们选择 Mangeney 等^[22]基于室内试验进行的干燥颗粒状材料沿粗糙刚性斜面滑动试验进行了验证。该试验装置由有机玻璃墙之间的狭窄通道组成,通道宽 10 cm,平面通道长 3 m,其深槽宽 20 cm、高 14 cm,用于置放颗粒状物质,倾斜度 $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$,相应设置如图 6 所示。该试验使用的颗粒状物质为直径 600~800 μm 的干燥玻璃珠,该玻璃珠是亚球形、无黏性、刚性材质,休止角 $\theta_r = 23.5^\circ \pm 0.5^\circ$,密度 $\rho = 25\ 000\ \text{kg/m}^3$,孔隙率为 0.62,弹性模量为 55 GPa,泊松比为 0.25,剪切模量为 1.96 GPa。

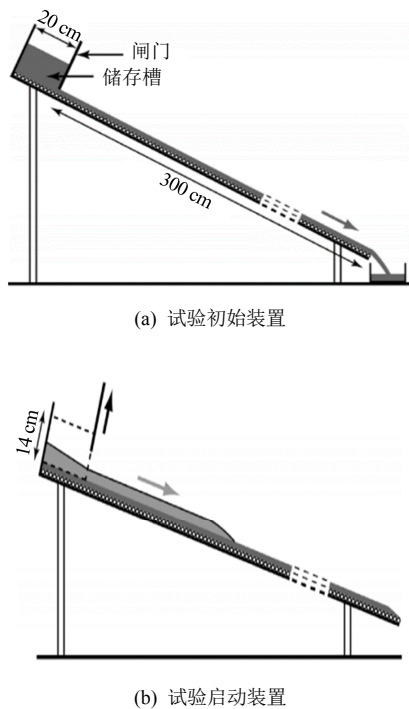


图 6 试验装置示意图

Fig.6 Schematic diagram of experimental apparatus

斜槽基底摩擦条件的设置是通过提前在图 5 中倾斜面上释放覆盖一层相同的颗粒状物质黏合到通道底部来实现,对比滑移的控制参数有两项,分别为斜槽的前端处测得的沉积物长度和斜槽上壁处沉积物的最终厚度。

为了能够与该试验结果进行对比,数值模拟中的模型参数及尺寸与试验保持一致,试验斜槽底部约束及左侧约束采用固定边界,前后两侧来模拟平面应变情况,上部为自由边界来模拟颗粒自由流动,物质点离散时背景网格为 0.01 m,计算时采用 MUSL 显式计算格式。

图 7~10 分别给出倾斜度倾角分别为 $\theta = 0^\circ$ 、 10° 、 16° 、 22° 时,深度积分耦合物质点法模拟滑移在不同时刻下纵向轮廓图。

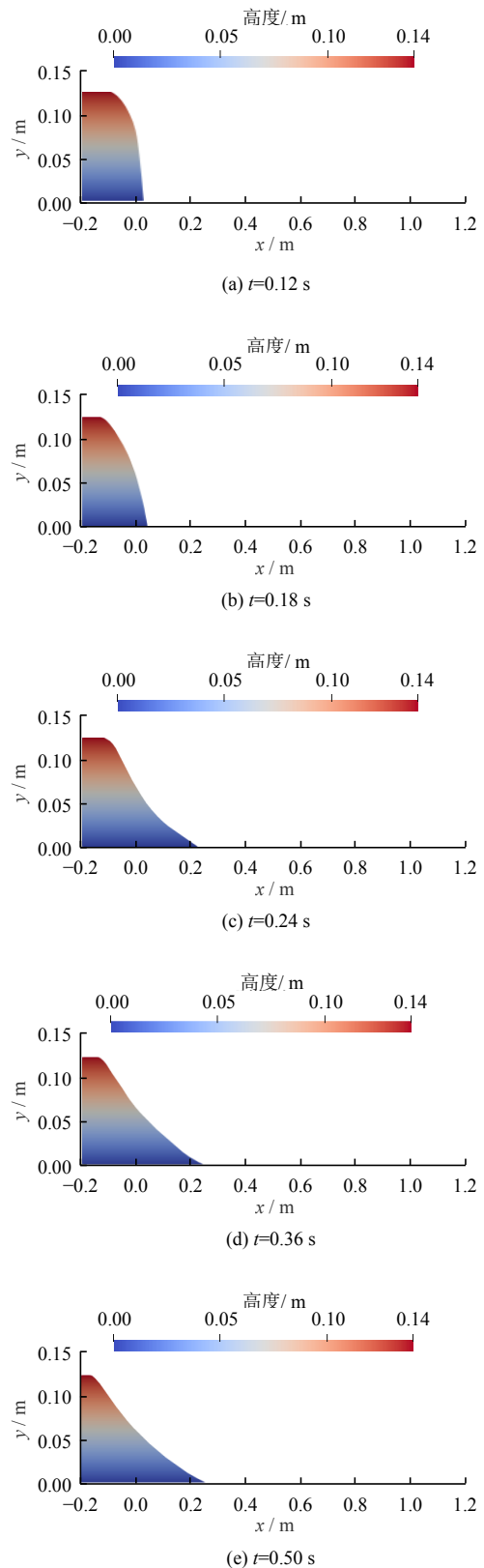


图 7 角度 0° 时各时刻的纵向轮廓图
Fig.7 Longitudinal contours of each moment at an dip angle of 0°

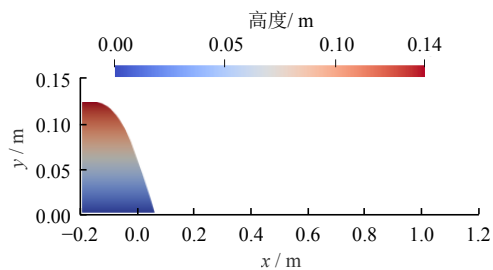
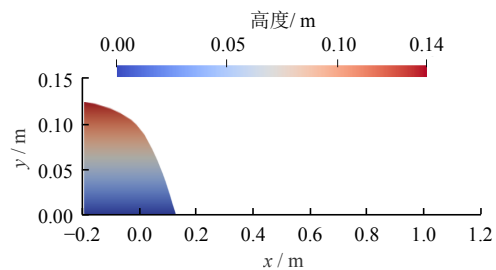
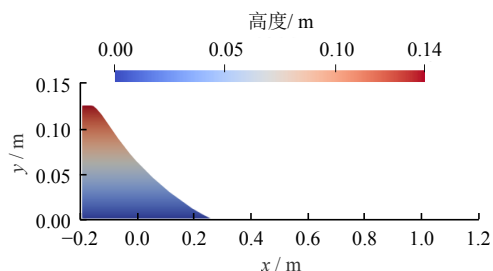
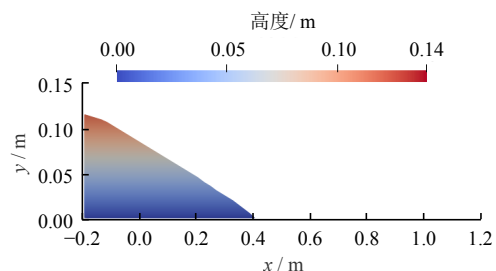
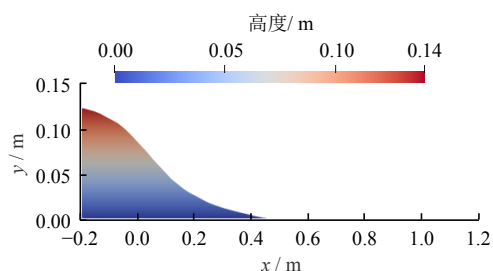
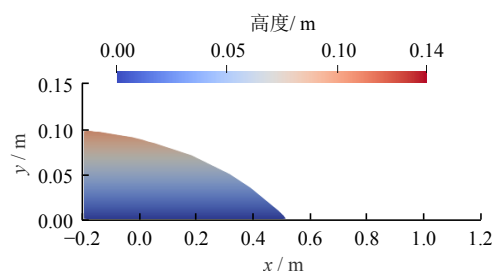
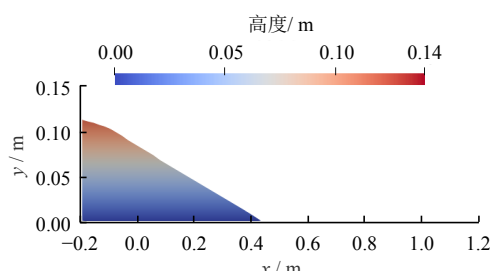
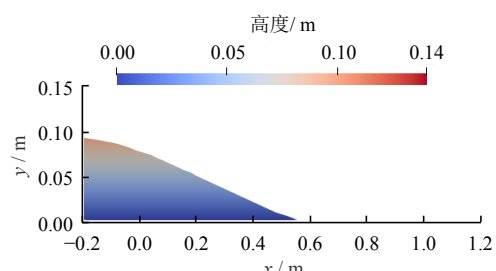
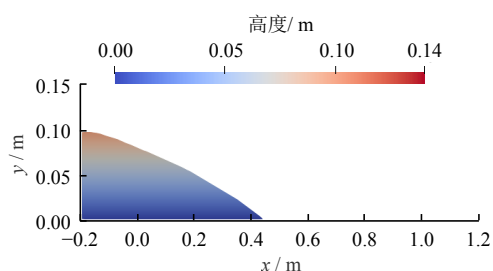
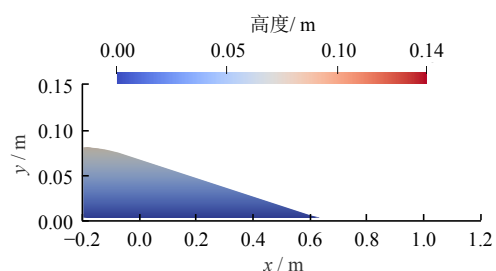
(a) $t=0.12$ s(a) $t=0.24$ s(b) $t=0.24$ s(b) $t=0.48$ s(c) $t=0.42$ s(c) $t=0.72$ s(d) $t=0.68$ s(d) $t=0.84$ s(e) $t=1.32$ s(e) $t=1.12$ s

图 8 角度 10° 时各时刻的纵向轮廓图
Fig.8 Longitudinal contours of each moment
at an dip angle of 10°

图 9 角度 16° 时各时刻的纵向轮廓图
Fig.9 Longitudinal contours of each moment
at an dip angle of 16°

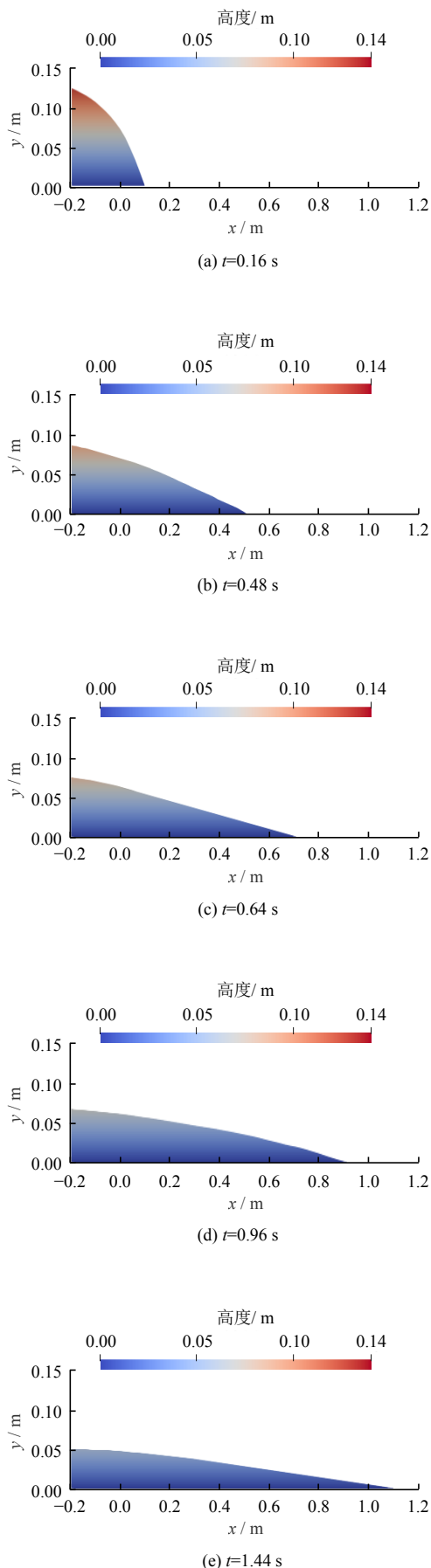


图 10 角度 22° 时各时刻的纵向轮廓图
Fig.10 Longitudinal contours of each moment at an dip angle of 22°

图 11~14 分别给出了粗糙刚性床层上进行 $\theta = 0^\circ$ 、 10° 、 16° 、 22° 的试验各时刻及数值方法深度积分耦合物质点法模拟的前端最大流动距离位移和末端高度的对比图。

从图 7~10 可以看出,随着 $\theta = 0^\circ$ 、 10° 、 16° 、 22° 的增大,前方最大滑行距离不断增加,末端最大滑行深度逐渐减小。从图 11~14 中可以看出,不同倾角下末端最大高度相对预测较为精确,前端最大滑行位移与试验结果整体吻合较好,前端滑行停

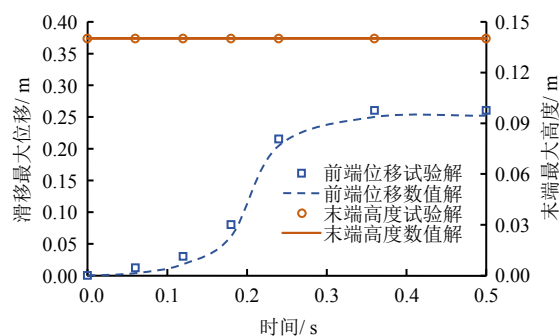


图 11 倾角 0° 不同时刻滑坡前端位置与末端高度
Fig.11 The position of front end and height of end of landslide at different moments with a dip angle of 0°

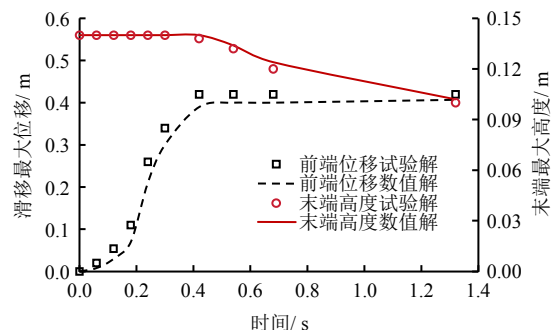


图 12 倾角 10° 不同时刻的滑坡前端位置与末端高度
Fig.12 The position of front end and height of end of landslide at different moments with a dip angle of 10°

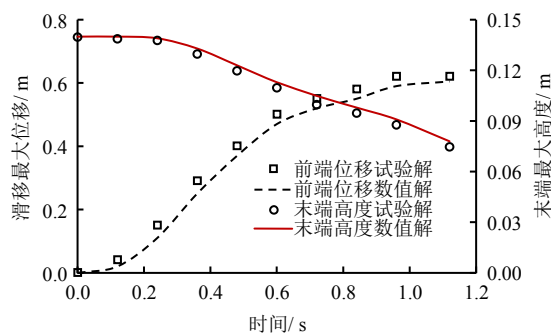


图 13 倾角 16° 不同时刻滑坡前端滑行位置与末端高度
Fig.13 The position of front end and height of end of landslide at different moments with a dip angle of 16°

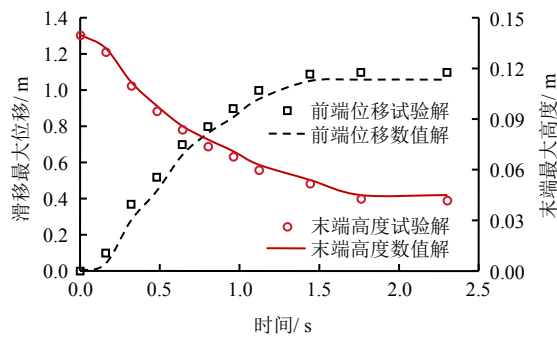


图 14 倾角 22° 不同时刻的滑坡前端位置与末端高度
Fig.14 The position of front end and height of end of landslide at different moments with a dip angle of 22°

止时刻的位置及计算误差如表 4 所示,表明该数值模型能较好地预测滑移的距离、速度和沉积厚度。

表 4 不同倾角前端滑移终止位置比较

Table 4 Comparison of front end slip termination position at different inclination angles

倾角 / $^\circ$	试验测试 /m	深度积分 /m	误差 /%
0	0.260	0.252	3.07
10	0.420	0.407	3.10
16	0.620	0.605	2.42
22	1.100	1.058	3.81

图 11~14 所示的模型预测滑移的距离和速度相比试验数据整体偏小,相对误差较大的是起始滑移阶段,模型对下方滑动特性的预测相对更为准确。这些相对误差的变化主要是由于初始滑移阶段会产生较大的体积变化,且最初滑坡深度较大,产生的纵向应变与水平方向滑移应变数值相当,这与深度积分模型假定的体积不变、忽略深度方向应变均有较大出入。在滑移下游阶段,滑移体的体积变化较小,深度方向高度相对于水平滑移位移较小,这与深度积分模型假定较为吻合。但对于深度积分算法,忽略深度方向应变,用深度方向高度表示竖向应力、剪切应力均能产生误差,模型能够较好地模拟滑坡体在滑动过程中的流动特征,把握滑坡体的速度、形态变化。

为了进一步探讨采用深度积分算法在底部摩擦滑坡问题对计算效率的影响,表 5 给出了倾角 22° 时常规求解法与深度积分法每万计算步消耗的的运行时间,结果显示对常规求解法深度积分求解方法可缩短 30.6%运行时间,计算效率更高。

表 5 倾角 22° 时底部摩擦滑坡问题求解耗时比较

Table 5 Comparison of solving time for bottom friction landslide problem with a dip angle of 22°

方法	常规求解法	深度积分法
每万步 CPU 计算耗时/s	944.19	655.31

7 结 论

采用深度积分耦合物质点法建立了滑坡计算数值模型,并给出具体的算法实现流程,选取两个典型算例进行基准测试,将计算结果与试验结果进行校准以评估模型精度,并针对计算误差进行了深入分析和讨论,最后将计算效率与常规求解法进行了比较,结论如下:

(1) 与实测数据的比较表明,无倾角底部光滑与有倾角底部摩擦滑坡问题中,数值模型预测滑移的距离和速度均与试验数据整体吻合度较好,末端滑坡最大高度的预测更为准确。该模型能够较好地模拟滑坡体在滑动过程中滑坡体的速度、深度及滑移距离等特征参数,对滑坡潜在灾害区的预测及工程防护措施的设计具有重要意义。

(2) 相对于滑移下游阶段,起始滑移阶段产生的相对误差较大,主要是由于初始滑移阶段会产生较大的体积变化,且最初滑坡深度较大,这与深度积分模型假定的体积不变、忽略因深度方向尺寸较小产生的应变有较大出入。

(3) 采用深度积分和物质点法耦合模型,简化了计算模型,降低了求解难度,可大幅度提高求解速率,相比较与常规物质点法求解格式可大幅度提高计算效率,为地质灾害应急抢险救灾争取宝贵的时间。

参 考 文 献

- [1] 殷坤龙,韩再生,李志中. 国际滑坡研究的新进展[J]. 水文地质工程地质, 2000, 27(5): 1-4.
YIN Kun-long, HAN Zai-sheng, LI Zhi-zhong. New progress in international landslide research[J]. *Hydrogeology Engineering Geology*, 2000, 27(5): 1-4.
- [2] BRABB E E. The word landslide problem[J]. *Episodes*, 1991, 14(1): 52-61.
- [3] 黄润秋. 20 世纪以来中国的大型滑坡及其发生机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 433-454.
HUANG Run-qiu. Large-scale landslides and their mechanisms in China since the 20th century[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(3): 433-454.

- [4] 殷跃平. 中国典型滑坡: 中英文[M]. 北京: 中国大地出版社, 2007.
- YIN Yue-ping. Typical landslide in China[M]. Beijing: China Land Press, 2007.
- [5] SAVAGE S B, HUTTER K. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline[J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 1989, 199: 177-215.
- [6] IVERSON R M, GEORGE D L. A depth-averaged debris-flow model that includes the effects of evolving dilatancy. I. physical basis[J]. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 2014, 470(2170). <https://doi.org/10.1098/rspa.2013.0819>.
- [7] RICKENMANN D, LAIGLE D, MCARDELL B W, et al. Comparison of 2D debris-flow simulation models with field events[J]. **Computational Geosciences**, 2006, 10(2): 241-264.
- [8] GRAY J, WIELAND M, HUTTER K. Gravity-driven free surface flow of granular avalanches over complex basal topography[J]. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 1999, 455(1985): 1841-1874.
- [9] LAIGLE D, COUSSOT P. Numerical modeling of mudflows[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1997, 123(7): 617-623.
- [10] FERNÁNDEZ-NIETO E D, BOUCHUT F, BRESCH D, et al. A new Savage-Hutter type model for submarine avalanches and generated tsunami[J]. **Journal of Computational Physics**, 2008, 227(16): 7720-7754.
- [11] 费建波. 基于 $\mu(I)$ 颗粒流本构关系的高速远程滑坡模拟方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2016.
- FEI Jian-bo. High-speed remote landslide simulation method based on $\mu(I)$ particle flow constitutive relation[D]. Beijing: Tsinghua University, 2016.
- [12] WANG Z T, LI X Z, LIU P, et al. Numerical analysis of submarine landslides using a smoothed particle hydrodynamics depth integral model[J]. **Acta Oceanologica Sinica**, 2016, 35(5): 134-140.
- [13] PASTOR M, BLANC T, PASTOR M J. A depth-integrated visco-plastic model for dilatant saturated cohesive-frictional fluidized mixtures: application to fast catastrophic landslides[J]. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 2009, 158(1-3): 142-153.
- [14] CHOW V T. Open-channel hydraulics[M]. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [15] HUTTER O, MCDUGALL S. Two numerical models for landslide dynamic analysis[J]. **Computers & Geosciences**, 2009, 35(2): 978-992.
- [16] MCDUGALL S. A new continuum dynamic model for the analysis of extremely rapid landslide motion across complex 3D terrain[D]. Vancouver: University of British Columbia, 2006.
- [17] ABE K, JOHANSSON J, KONAGAI K. A new method for the run-out analysis and motion prediction of rapid and long-traveling landslides with MPM, JSCE[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2007, 63(1): 93-109.
- [18] ABE K, TATEYAMA M, SHINODA M, et al. Run-out analysis of debris flow using MPM and depth averaged equation[C]//Proceedings of the Annual Conference of the Society for Multiphase Flow. Aizu-Wakamatsu: University of Aizu, 2008.
- [19] GUE C S. Submarine landslide flows simulation through centrifuge modelling[D]. Cambridge: University of Cambridge, 2012.
- [20] SULSKY D, ZHOU S J, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. **Computer Physics Communications**, 1995, 87(1): 236-252.
- [21] BUI H H, FUKAGAWA R, SAKO K, et al. Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2008, 32(12): 1537-1570.
- [22] MANGENEY A, ROCHE O, HUNGR O, et al. Erosion and mobility in granular collapse over sloping beds[J]. **Journal of Geophysical Research: Earth Surface**, 2010, 115(F3). DOI: 10.1029/2009 JF001462.